

Com $\text{Cap}_\beta\{x\} > 0$ si i només si $\beta < 0$, la desigualtat anterior ens implica, en aquest cas, l'equivalència entre afirmar, per un costat, que la probabilitat que les trajectòries visitin qualsevol punt fixat sigui positiva i, per l'altre, que la dimensió de l'espai on viu el brownià sigui 1. La demostració utilitza conceptes i resultats de la teoria de processos de Markov.

Una extensió natural és l'estudi de les probabilitats d'entrada per a un brownià a valors en \mathbb{R}^d i parametritzat en \mathbb{R}^m . Aquí la Marta ens mostrà el resultat de Khoshvenian i Shi (1999) que diu que si A és un borelià de \mathbb{R}^m , aleshores existeix una constant positiva c tal que

$$\begin{aligned} c^{-1}\text{Cap}_{d-2m}(A) &\leq P(\{v(I) \cap A \neq \emptyset\}) \\ &\leq c\text{Cap}_{d-2m}(A). \end{aligned}$$

Notem que els subíndexs de les capacitats depenen de les dimensions d i m . La demostració d'aquest teorema utilitza el càlcul de Cairoli i Walh.

El tercer exemple presentat fou l'estudi de les probabilitats d'entrada per a la solució d'una EDPE hiperbòlica governada per un soroll brownià biparamètric a valors en \mathbb{R}^d . Dalang i Nualart (2004) obtingueren en aquest cas una desigualtat de l'estil de l'anterior, demostrant l'existència d'una constant c tal que

$$\begin{aligned} c^{-1}\text{Cap}_{d-4}(A) &\leq P(\{v(I) \cap A \neq \emptyset\}) \\ &\leq c\text{Cap}_{d-4}(A). \end{aligned}$$

Els ingredients bàsics per a la prova són les propietats de la densitat de la solució, obtingudes utilitzant el càlcul de Malliavin i les desigualtats per martingales amb paràmetre bidimensional.

En un cas general, podem esperar fites superiors per a les probabilitats d'entrada d'un procés $V = \{v(x)\}$ en termes de la mesura de Haussdorff, així com fites inferiors en termes de la capacitat de Bessel-Riesz. Les primeres s'obtenen suposant que la densitat de les variables del procés és uniformement fitada sobre compactes i condicions apropiades sobre el moment de l'increment. Les segones, imposant a les densitats conjunes fites de tipus gaussià, i que la densitat de $v(x)$ sigui estrictament positiva en compactes.

Com a exemples d'aplicació presentà el cas en què el procés V és la solució d'un sistema d'equacions d'ones estocàstiques amb un soroll d -dimensional, blanc en temps i correlacionat en espai, amb covariància estacionària, i condicions inicials nul·les. L'existència i propietats de la densitat de la solució es poden estudiar utilitzant el càlcul de Malliavin, i ha estat un dels objectius de la recerca de la Marta amb diversos collaboradors aquests darrers anys.

La xerrada fou apassionant i mostrà la varietat de tècniques i d'idees distintes que s'utilitzen en aquest camp, tan viu actualment, el qual és zona d'encontre entre la teoria de les equacions en derivades parcials, l'anàlisi i els processos estocàstics.

Josep Lluís Solé
UAB

Agenda

Programa de recerca:

«Arithmetic Geometry»

Data i lloc: curs 2009-2010 al CRM.

Coordinadors: F. Bars, L. Dieulefait, V. Rotger.

<http://www.crm.cat/arithgeo>

Programa de recerca:

«The Infinity Project»

Data i lloc: cursos 2009-2010 i 2010-2011 al CRM.

Coordinador: Sy-David Friedman.

<http://www.crm.cat/Research/0910/InfinityProject/>

Programa de recerca: «Foliations»

Data i lloc: d'abril a juliol de 2010 al CRM.

Coordinadors: J. Álvarez, G. Hector, M. Nicolau, P. Walczak, R. Wolak.

<http://www.crm.cat/Research/0910/Foliations>

Joint Mathematical Conference CSASC 2010

Data i lloc: del 22 al 27 de gener de 2010, Praga.

Organitzadors: Societats matemàtiques de Txèquia, Eslovàquia, Eslovènia, Àustria i Catalunya.

<http://cms.jcmf.cz/csasc/index.html.en>

III International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic
Data i lloc: del 25 al 29 de gener de 2010, Sant Hilari Sacalm.

Coordinadors: M. Bosch, A. Bronner, Y. Chevallard, J. Gascón, V. Font, F. J. García, M. Larguer.

<http://www.crm.cat/cdidactic>

Exposició «Les matemàtiques i la vida»
Data i lloc: del 15 de desembre al 23 de febrer de 2010 a l'EUETIB (c. Urgell, 187).

<http://expomat.epsem.upc.edu>

Advanced course on Arithmetic Geometry for Function Fields of Positive Characteristic

Data i lloc: del 22 de febrer al 5 de març de 2010 al CRM.

Coordinadors: F. Bars, L. Dieulefait, V. Rotger.
<http://www.crm.cat/acarithff>

Second International School on Geometry and Physics. Geometric Langlands and Gauge Theory

Data i lloc: del 17 al 26 de març de 2010, al CRM.

Coordinadors: L. Álvarez-Cónsul, J. I. Burgos, O. García-Prada, I. Mundet.
<http://www.crm.es/aclanglands/>

Iwasawa Theory over Function Fields of Characteristic $p > 0$

Data i lloc: del 6 al 10 d'abril de 2010, al CRM.
Coordinadors: F. Bars, G. Böckle, D. Burns, D. Goss, I. Longhi, D. Ulmer, F. Trihan, X. Xarles.
<http://www.crm.cat/wkiwasawa>

**Advanced course on Foliations:
Dynamics-Geometry-Topology**

Data i lloc: del 3 al 7 de maig de 2010, al CRM.
Coordinadors: J. Álvarez, G. Hector, M. Nicolau, P. Walczak, R. Wolak.
<http://www.crm.cat/acfoli>

Emerging Topics in Dynamical Systems and Partial Differential Equations

Data i lloc: del 31 de maig al 4 de juny de 2010, Edifici Vèrtex UPC.

Organització: SIAM, RSME, SCM i SEMA.

<http://www.siam.org/meetings/dspdes/>

Advanced course on Modularity

Data i lloc: del 14 al 25 de juny de 2010, al CRM.

Coordinadors: F. Bars, L. Dieulefait, V. Rotger.

<http://www.crm.cat/acmodulari>

Financial Engineering Summer School

Data i lloc: del 6 al 9 de juliol de 2010, al CRM.

Coordinadors: S. del Baño, P. MacManus.

<http://www.crm.cat/FESS10>

Teichmüller Theory and its Interactions in Mathematics and Physics

Data i lloc: del 28 de juny al 2 de juliol de 2010, al CRM.

Coordinadors: S. Morita, A. Papadopoulos, R. C. Penner.

<http://www.esf.org/index.php?id=6305>

Modular Conference: Arithmetic of Modular Forms and Modularity Results

Data i lloc: del 5 al 9 de juliol de 2010, al CRM.

Coordinadors: H. Darmon, F. Diamond, L. Dieulefait, B. Edixhoven, V. Rotger.

<http://www.crm.cat/cmodular>

Geometry and Topology of Foliations

Data i lloc: del 12 al 16 de juliol de 2010, al CRM.

Coordinadors: J. Álvarez, G. Hector, M. Nicolau, P. Walczak, R. Wolak.

<http://www.crm.cat/cfoli>

International Congress of Mathematicians

Data i lloc: del 19 al 27 d'agost de 2010, Hyderabad (Índia).

Organització: International Mathematical Union.

<http://www.icm2010.org.in/>